Tema 2: Ondas

Fátima Masot Conde

Ing. Industrial 2007/08

Tema 2: Ondas

Índice:

1. Introducción
2. Movimiento Ondulatorio Simple
3. Ondas Periódicas
4. Ondas en Tres Dimensiones
5. Ondas y Barreras
6. Efecto Doppler

1. Introducción

¿Qué es una onda?

Ejemplos
- "Ola" en el fútbol
- Ondas de agua
- Pulsación de una cuerda de guitarra
- Radio, TV (UHF, VHF)

Involucra un movimiento oscilatorio

Las "moléculas" se mueven hacia arriba y hacia abajo pero NO CRUZAN EL ESTANQUE

- Es una perturbación que viaja
- No hay transporte de masa, sólo de energía y de momento lineal

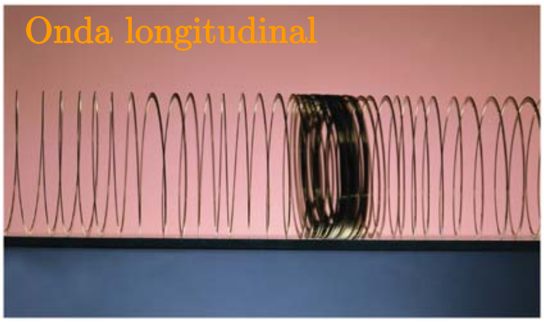
1ª Clasificación
- Ondas Mecánicas:
  - Vibran las moléculas
  - Necesitan un medio material
- Ondas Electromagnéticas:
  - Vibra el campo
  - No necesitan medio

2. Movimiento Ondulatorio Simple

¿Cómo se produce la onda?

Por interacción de cada segmento del sistema con los segmentos adyacentes.

Ejemplo: Ondas de dominó



La 1ª ficha comunica su energía a la 2ª, la 2ª a la 3ª, etc.
Es una onda longitudinal: las elementos (moléculas, fichas) vibran paralelamente a la dirección de la onda.
Las ondas de sonido, la onda del resorte de la figura también son longitudinales.

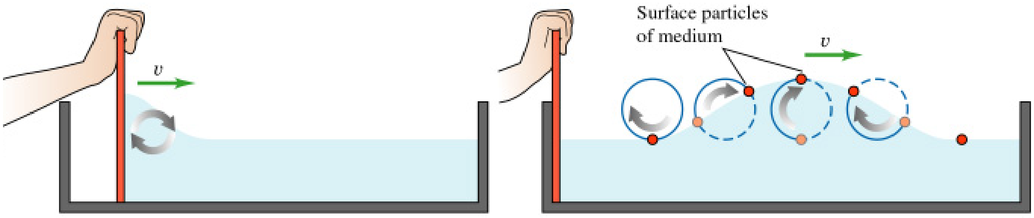
Pero la interacción también se puede dar transversalmente

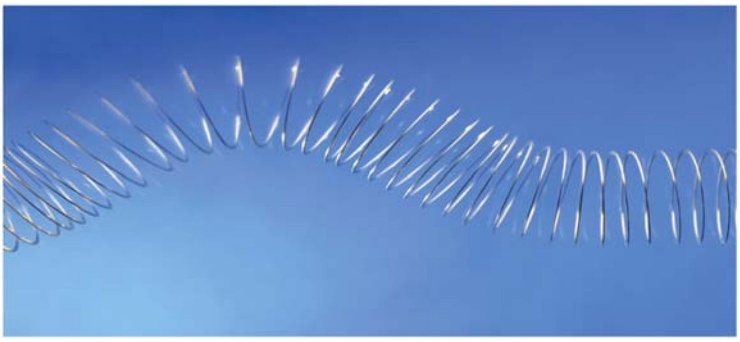
La partícula oscila perperdicularmente a la dirección de la perturbación

Más ejemplos de o. transversales:

- -Ola de fútbol
- -Olas de agua
- -Ondas electromagnéticas
- -Ondas en una cuerda

En general, podemos tener combinaciones de ambas:



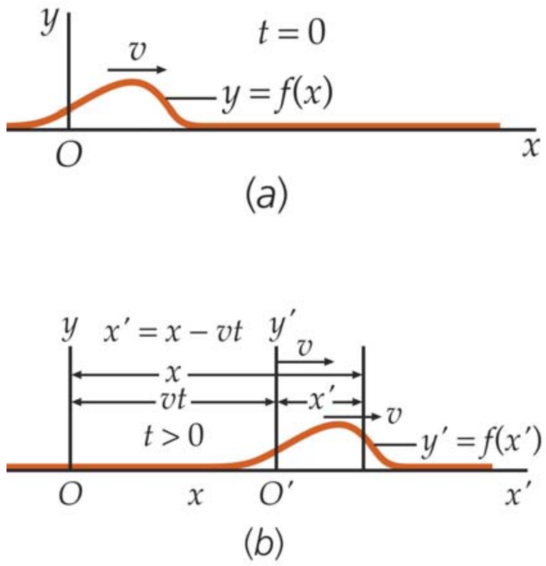


Ondas longitudinales y transversales combinadas

Clasificación

- Por el medio
  - Con medio: Mecánicas
  - Sin medio: Electromagnéticas (siempre transversales)
- (sólo para las mecánicas)
- Por la dirección (dirección de la oscilación respecto de la dirección de la onda)
  - Paralela. Ondas longitudinales
  - Perpendicular. Ondas transversales

Descripción matemática de una onda



Supongamos que tenemos una función cualquiera

$$y = f(x)$$

que 'viaja', con velocidad v, a lo largo del eje x. En una visión estática, sólo podemos capturarla en determinados instantes.

En un instante t=0, Fig. a
Y en un instante cualquiera t ,
Fig b.

Descripción matemática de una onda

La forma de la función sería la misma en cualquier sistema de referencia O' que viajara con ella.

$$y = f(x')$$

Así que sólo tenemos que hacer un cambio de coordenadas:

$$x = x' + vt$$

Coordenadas en el sistema de referencia viajero *O'*

Coordenadas en el sistema de referencia inicial estático *O*

Descripción matemática de una onda

Y nuestra función viajera queda:

$$y = f(x - vt) \longrightarrow$$ Para ondas viajeras a la derecha, $x \rightarrow$

Observad el signo

O bien:

$$y = f(x + vt) \longrightarrow$$ Para ondas viajeras a la izquierda, $x \leftarrow$

En ambos casos:

- f es la función de onda
- v es la velocidad de propagación
- x es la dirección de propagación

Puede ser cualquier dirección del espacio, no necesariamente un eje de coordenadas.

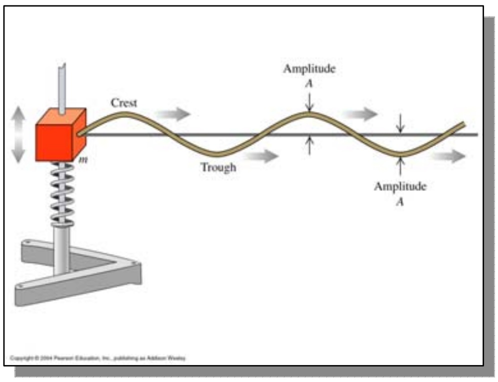
Ondas armónicas

Onda periódica: Producida por una perturbación periódica.

P. ej.: Extremo de una cuerda que se mueve periódicamente

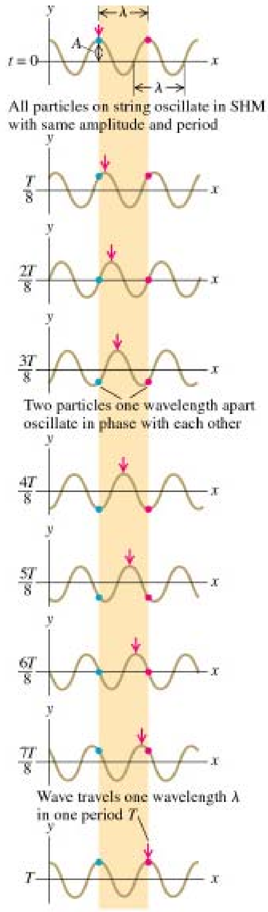
función periódica

$$y = f(x - vt)$$



Si f es una función armónica seno coseno $\longrightarrow$ Onda armónica

Cada punto del medio oscila con un M.A.S.



La distancia entre dos crestas es λ

La onda avanza λ en un período T

De modo que su velocidad:

$$\boxed{v = \lambda / T = \lambda f}$$

Ondas armónicas. Representación matemática

Si nuestra función armónica es de tipo seno:

$$y(x,t) = f(x - vt)$$

Nuestra onda sería:

$$y = A\,\mathrm{sen}(\underbrace{Kx - \omega t}_{})$$

Argumento modificado ligeramente, para su expresión en radianes.

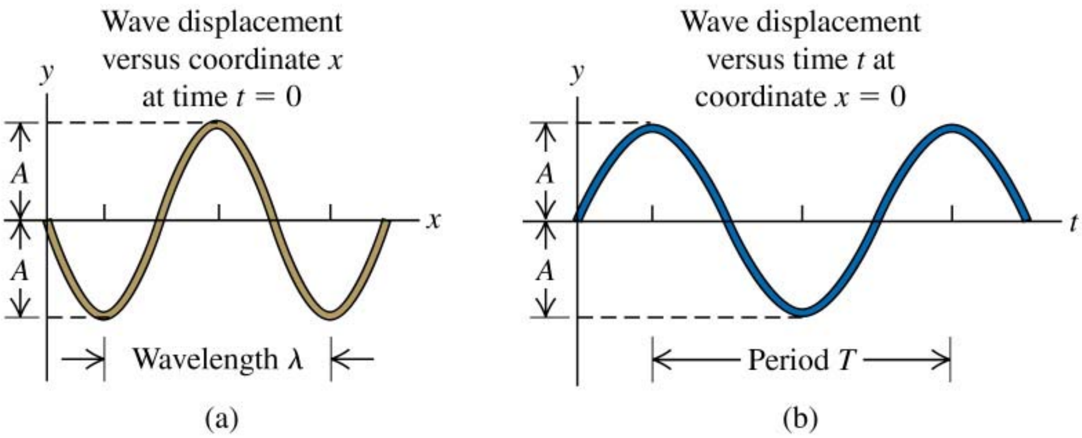
$`f' \equiv \mathrm{sen}$

$$v = \frac{\omega}{K}$$

$K =$ nº de onda

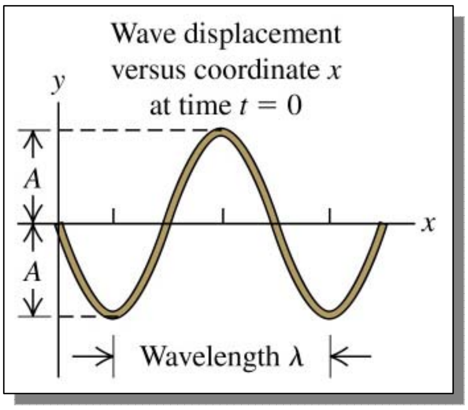
Factor de conversión de long. a rd

Doble periodicidad, espacio-temporal:



Periodo espacial

La onda armónica es periódica en el espacio (fijado *t*, se repite en el espacio)



Si λ es el periodo espacial ($[m]$)

$$y(x+\lambda) = A\,\mathrm{sen}\,(K(x+\lambda)+\delta(t)) =$$

$$= A\,\mathrm{sen}\,(Kx+\delta(t)) = y(x)$$

Esta igualdad se cumple si $K\lambda = 2\pi$

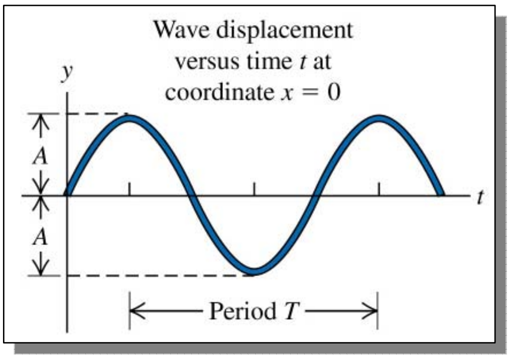
$$\boxed{K = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

K =n^o de onda ([rad/m])

Ondas armónicas. Representación matemática

Periodo temporal

La onda armónica es periódica en el tiempo (fijado x, se repite en el tiempo)



Si T es el periodo temporal ([s])

$$y(t+T) = A\,\mathrm{sen}\,(\omega(t+T) + \delta(x)) =$$

$$= A\ \ sen(\omega\, t\ +\ \delta(x))\ =\ y(t)$$

Esta igualdad se cumple si $\omega T = 2\pi$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

ω =frecuencia angular ([rad/s])

Diferencia entre la velocidad de una partícula y la velocidad de la onda

Para una onda armónica en una cuerda

La velocidad transversal de la partícula es:

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left[A\,\mathrm{sen}(Kx - \omega t)\right] = -\omega A \cos(Kx - \omega t)$$

En la dirección y

Y su valor máximo:

$$v_{y,\mathrm{max}} = \omega A$$

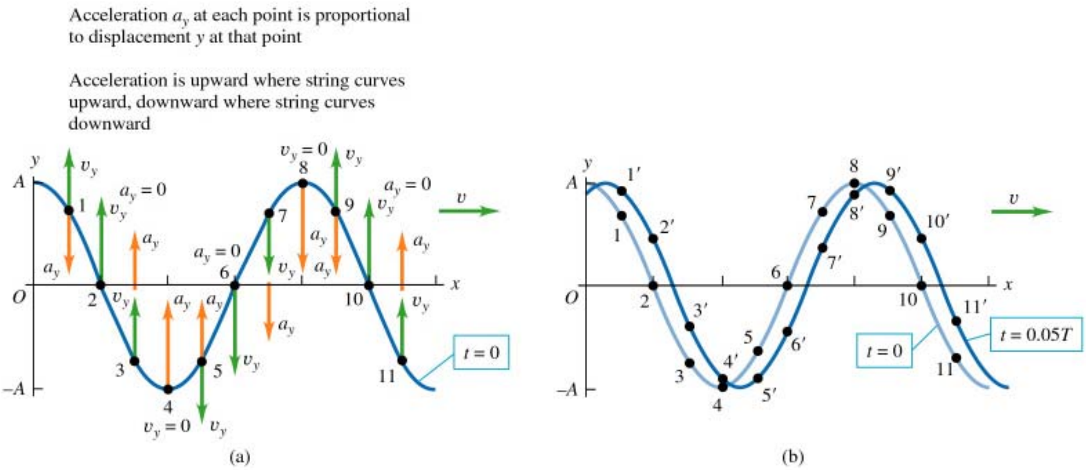
Velocidad máxima de la partícula (módulo)

Mientras que la velocidad de la onda (velocidad de fase):

$$v = \frac{\omega}{K} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

En la dirección x

Diferencia entre la velocidad de una partícula y la velocidad de la onda



Ecuación de onda

Todas las ondas verifican la ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Si $y(x,t)$ cumple la ecuación de onda, entonces $y(x,t)$ es una onda.

Ecuación de onda

Por ejemplo: $y(x,t) = f(\underbrace{x \pm vt}_{\psi})$

$$\psi \longrightarrow \boxed{\frac{\partial \psi}{\partial x} = 1 \qquad \frac{\partial \psi}{\partial t} = \pm v}$$

Derivadas Espaciales

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial x} = \boxed{\frac{\partial f}{\partial \psi}}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\boxed{\frac{\partial f}{\partial x}} = \frac{\partial}{\partial \psi}\left[\frac{\partial f}{\partial \psi}\right]\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial \psi^2}$$

Derivadas Temporales

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial t} = \boxed{\pm v\frac{\partial f}{\partial \psi}}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\boxed{\frac{\partial f}{\partial t}} = \frac{\partial}{\partial \psi}\left[\pm v\frac{\partial f}{\partial \psi}\right]\underbrace{\frac{\partial \psi}{\partial t}}_{\pm v} = v^2\frac{\partial^2 f}{\partial \psi^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Ecuación de onda

f es una función cualquiera

Si fuera armónica:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(Kx \pm \omega t + \delta)$$

Derivadas temporales	Derivadas espaciales
$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \pm\omega A\cos(Kx \pm \omega t + \delta)$	$\frac{\partial y}{\partial x} = KA\cos(Kx \pm \omega t + \delta)$
$a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\,\mathrm{sen}(Kx \pm \omega t + \delta)$	$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -K^2 A\,\mathrm{sen}(Kx \pm \omega t + \delta)$

Ecuación de onda

$$\frac{1}{K^2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Esta dirección no tiene por qué ser el eje x, puede ser cualquier dirección del espacio.

$'y'$ representa una función cualquiera f, siempre que tenga una dependencia del espacio y del tiempo $x \pm vt$, i.e. $y = f(x \pm vt)$

Velocidad de las ondas

Propiedad general de las ondas: Su velocidad depende de las propiedades del medio, no de la velocidad de la fuente (emisor)

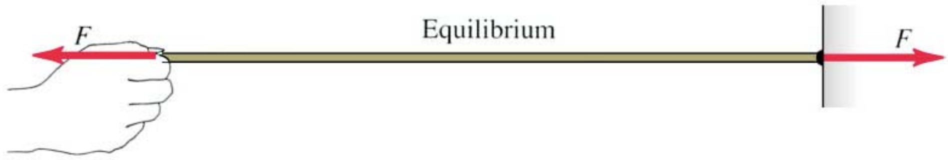
- La velocidad del sonido, por ejemplo, procedente de la sirena de una ambulancia, depende de las propiedades del aire, no de la velocidad de la ambulancia.

- En general:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Fuerza de restitución que devuelve el sistema al equilibrio}}{\text{Inercia que resiste el retorno al equilibrio}}}$$

Velocidad de la onda en una cuerda

En una cuerda:



$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

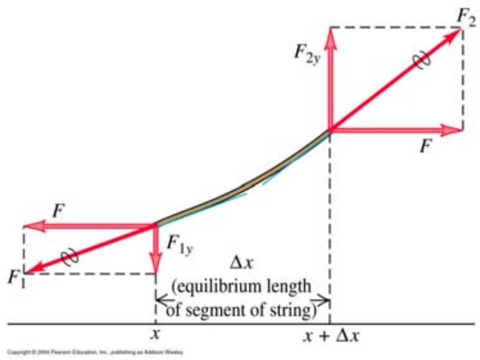
acción, propiedad elástica

tensión de la cuerda

masa lineal de la cuerda

reacción o inercia, propiedad inercial

Velocidad de la onda en una cuerda



Componentes horizontales:

$$F_{1x} = F_1 \cos\theta_1 = F_{2x} = F_2 \cos\theta_2 = F$$

Componentes verticales:

$$F_{1y} = F_1 \sin\theta_1 = F\ tg\theta_1$$

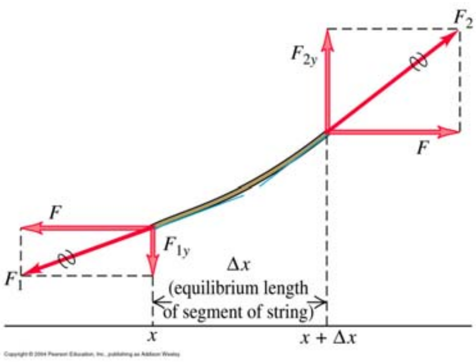
$$F_{2y} = F_2 \sin\theta_2 = F\ tg\theta_2$$

Newton: $$F_{2y} - F_{1y} = F\,(tg\theta_2 - tg\theta_1) = ma = \mu\Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Velocidad de la onda en una cuerda

$$tg\theta_2 = \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+\Delta x} \qquad tg\theta_1 = \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x}$$

$$F_{2y} - F_{1y} = F\,(tg\theta_2 - tg\theta_1) = ma = \mu \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$



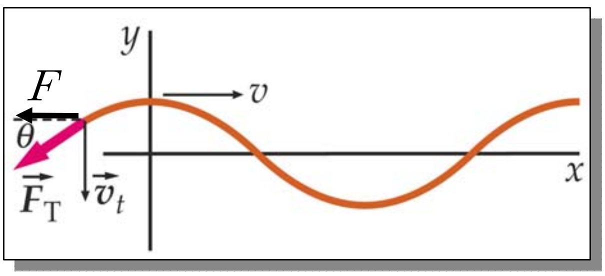
$$F\,\frac{\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+\Delta x} - \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x}}{\Delta x} = \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

lim $\Delta x \to 0$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

Ecuación de onda, con velocidad $\text{v} = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$

Transferencia de energía



Calculemos la tasa de transferencia de energía (potencia) para una cuerda vibrante (onda transversal).

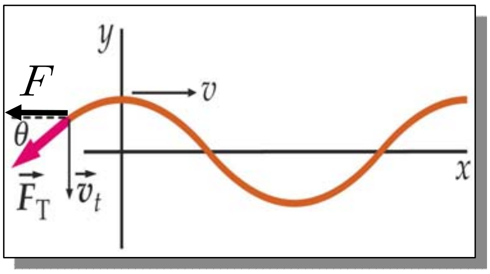
$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{T}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{s}}}{dt} = \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{T}} \cdot \vec{v}$$

La tensión en el estado perturbado (cuando la onda está pasando) tiene dos componentes:

$$\vec{F_T} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

Velocidad de la partícula $\vec{v} = v_y \vec{\mathbf{j}}$

Transferencia de energía



La F que aparece en la fórmula de la velocidad es la tensión de la cuerda sin perturbar, estirada. O sea, 'F' es en realidad la componente ***x*** de F_T

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$F \equiv F_x$$

Si la perturbación es pequeña, ambas (F_T y F) se pueden considerar idénticas

$$P = F_y v_y = -\overbrace{F_T\; sen\theta}^{F_y} \cdot v_y = -\frac{F}{\boxed{\cos\theta}}\boxed{\mathrm{sen}\,\theta}\cdot v_y$$

Componentes y Tensión $\tan\theta$

Transferencia de energía

$$= -F\frac{\partial y}{\partial x}\cdot\frac{\partial y}{\partial t} =$$

Y para una onda armónica:

$$= -F\,\overbrace{[KA\cos(Kx-\omega t)]}^{\tan\theta}\overbrace{[-A\omega\cos(Kx-\omega t)]}^{v_y}$$

$$\boxed{P = \mu v \omega^2 A^2 \cos^2(Kx-\omega t)}$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad v=\frac{\omega}{K}$$

Potencia instantánea transmitida

Potencia media

$$= \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt$$

Valor medio $\cos^2 = 1/2$

$$P_{av} = \overline{P(t)} = \mu v \omega^2 A^2 \overline{\cos^2(Kx - \omega t)}$$

$$\boxed{P_{av} = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2}$$

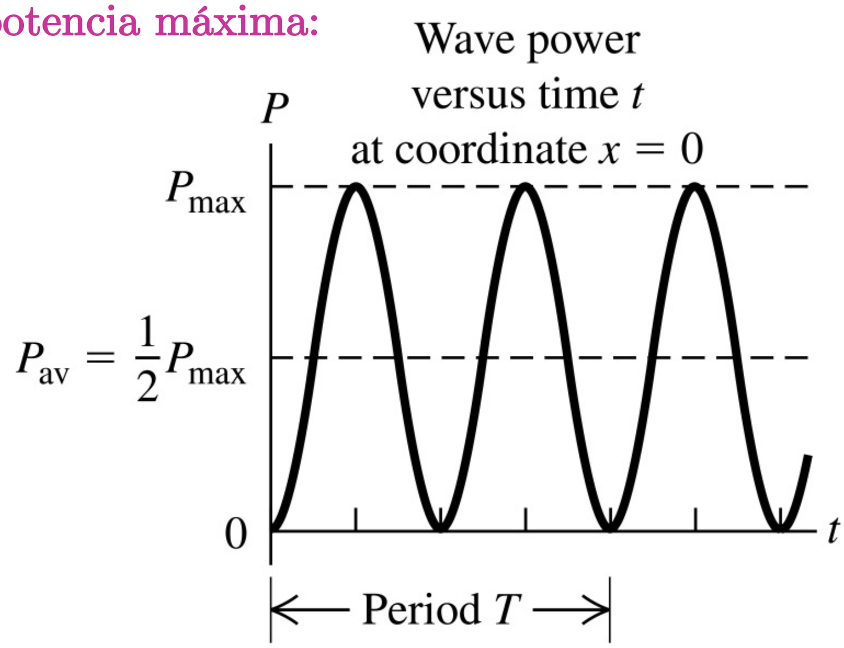
Potencia transmitida en una oleada (periodo)

Potencia media P_{av}

Potencia máxima P_{max} ($\cos^2 = 1$)

Transferencia de energía

La potencia media transmitida en un ciclo es, pues, la mitad de la potencia máxima:



Transferencia de energía

En un intervalo de tiempo dado, la energía transmitida:

$$P_{av} = \frac{\Delta E_m}{\Delta t}$$

$$\Delta E_m = \underbrace{\frac{1}{2}\mu v \omega^2 A^2 \Delta t}_{\text{en función de } \Delta t}$$

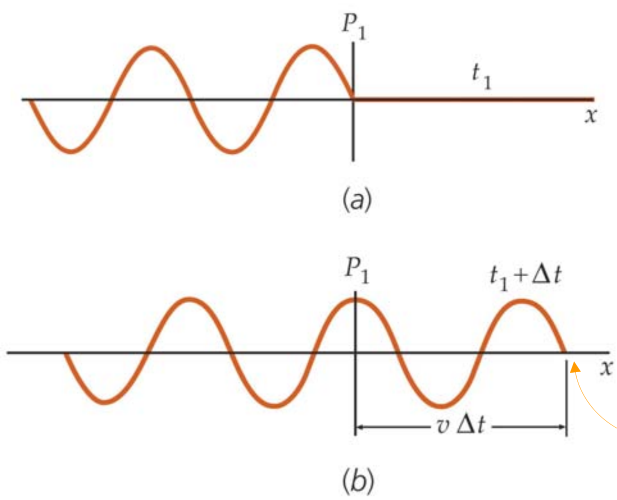
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta E_m = \underbrace{\frac{1}{2}\mu \omega^2 A^2 \Delta x}_{\text{en función de } \Delta x}$$

Tanto la P_m como la E_m transmitidas son proporcionales al cuadrado de la amplitud de la onda y al cuadrado de la frecuencia

Transferencia de energía

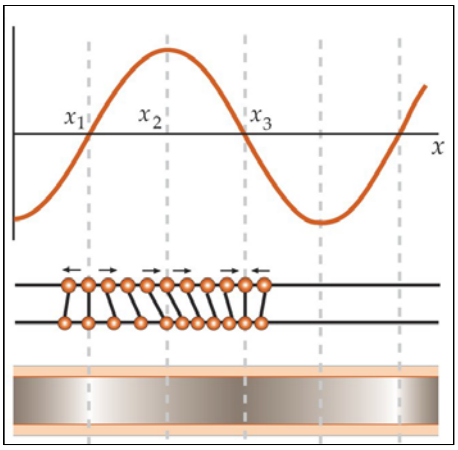
Evolución de una onda en un intervalo de tiempo Δt:



Aquí, la onda no ha alcanzado todavía la zona derecha.

Aquí ha transcurrido un intervalo Δt, y la onda ha llegado hasta aquí, recorriendo un espacio $v\,\Delta t$

Ondas sonoras armónicas



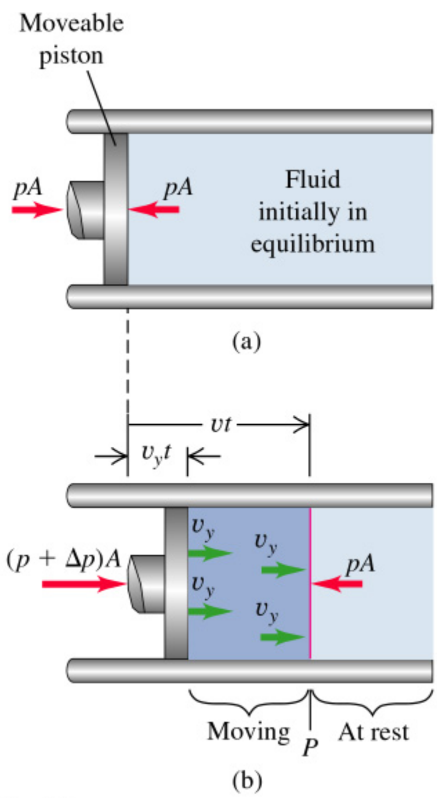
- Las moléculas vibran en torno a sus posiciones de equilibrio en un MAS.
- Chocan con las próximas, haciéndolas oscilar

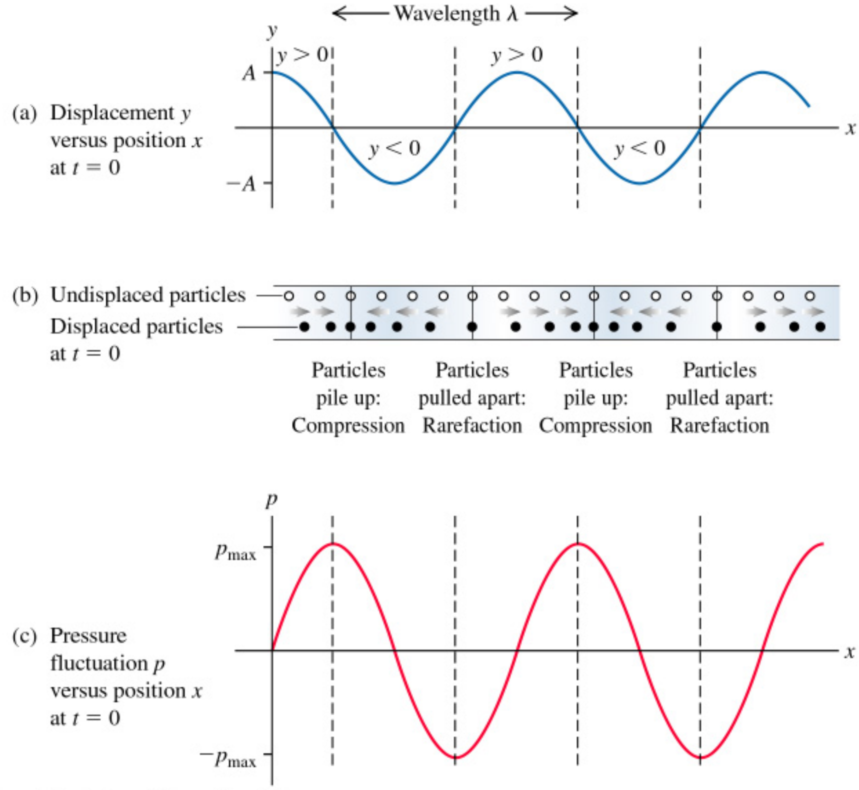
$$S(x,t) = s_0 \operatorname{sen}(Kx - \omega t)$$

Llamamos 'S' a la onda de sonido, a la onda de desplazamiento de las partículas

Es una onda longitudinal

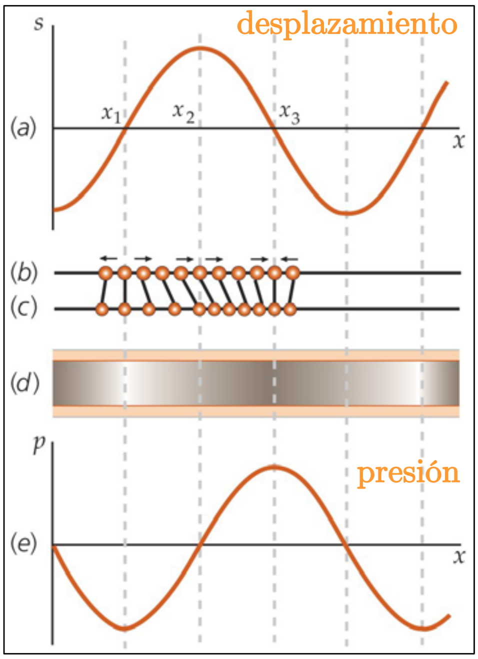
Los desplazamientos de las partículas (MAS) son paralelos a la dirección de propagación.





Ondas sonoras armónicas

• Estos desplazamientos provocan variaciones de densidad y presión (enrarecimientos y compresiones) que también varían sinusoidalmente con la frecuencia, provocando a su vez ondas de presión y densidad.



• Como la presión es proporcional a la densidad, p es máxima cuando ρ es máxima, y viceversa. Las ondas de presión y densidad van en fase.

• En cambio, están desfasadas 90º respecto de la onda de desplazamiento $S(x,z)$

Ondas sonoras armónicas

O sea:

$$S(x,t) = s_0 \,\mathrm{sen}(Kx - \omega t)$$ o. desplazamiento

$$p(x,t) = p_0 \,\mathrm{sen}\left[Kx - \omega t - \frac{\pi}{2}\right]$$ o. presión

cambio de presión respecto del equilibrio

valor máximo de p

Relación de amplitudes:

$$p_0 = \rho \omega v s_0$$

velocidad de la onda

densidad de equilibrio

Velocidad de las ondas sonoras

Para ondas sonoras en un fluido (aire, agua...)

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

módulo de compresibilidad (adiabático)

$$B = -\left.\frac{\Delta P}{\Delta V/V}\right|_{\text{adiabático}}$$

densidad del medio (volumétrica)

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

Y esto se puede expresar…

Así:

En función de:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

- γ: Coeficiente adiabático
- R: Constante gas ideal
- T: Temperatura (Kelvin)
- M: Masa molecular

Veámoslo:

Módulo de compresibilidad adiabático $\longrightarrow$ $\boldsymbol{B = -\left.\frac{\Delta P}{\Delta V/V}\right|_{Adiabático}}$

Ecuación de estado en un proceso adiabático $\longrightarrow$ $\boldsymbol{P = \frac{cte}{V^{\gamma}}}$ (Adiabático)

coef. adiabático

Derivamos:

$$\frac{dP}{dV} = cte(-\gamma)V^{-\gamma-1} = \frac{cte(-\gamma)}{V^{\gamma+1}}$$

Y sustituimos

Esto es B:

$$B = -\left.\frac{\Delta P}{\Delta V/V}\right|_{Adiabático} = -\frac{cte(-\gamma)}{V^{\gamma+1}/V} = \frac{cte\ \gamma}{V^{\gamma}} = \gamma P = \gamma\frac{nRT}{V}$$

Dividiendo:

$$\frac{B}{\rho} = \frac{\gamma \frac{nRT}{V}}{\rho} = \frac{\gamma \frac{RT}{V} \frac{n^o \text{ gramos}}{\text{M}}}{\frac{n^o \text{ gramos}}{\text{V}}} = \frac{\gamma RT}{M}$$

$$\rho = \frac{n^o \text{ gramos}}{\text{V}}$$

$$n = \frac{n^o \text{ gramos}}{\text{M}}$$

Obtenemos la velocidad por fin:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}}$$

Por ejemplo: Velocidad del sonido en el aire

A $0^o C$ $(273K)$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = 331 m/s$$

A $20^o C$ $(223K)$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = 343 m/s$$

$$R = 8.314 \frac{J}{\text{mol}\, K}$$

$$M_{\text{aire}} = 29 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$\gamma = 1.4 \text{ (diatómico)}$$

Energía de ondas sonoras

Para ondas de cuerda

$$\Delta E_m = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \Delta x$$

Para ondas de sonido

$$\Delta E_m = \frac{1}{2}\rho\omega^2 s_0^2 \Delta V$$

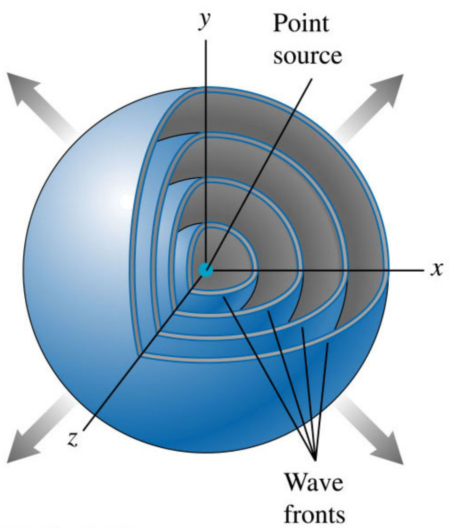
$\Delta m = \mu \Delta x \longrightarrow \Delta m = \rho \Delta V$

Densidad de energía media (Energía p.u.v.)

Por unidad de volumen

$$\eta_m = \frac{\Delta E_m}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 s_0^2$$

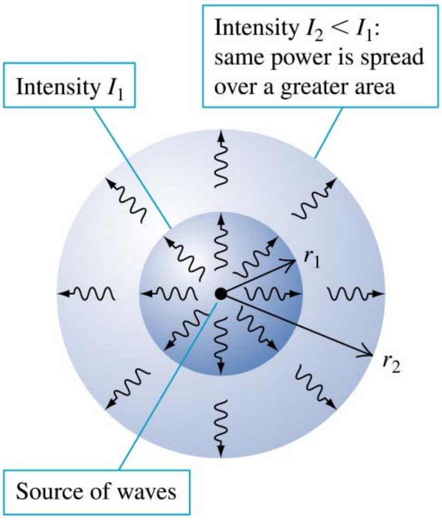
Ondas en 3 dimensiones



En un medio isótropo todas las direcciones del espacio son idénticas

La onda que procede de una fuente puntual se propaga con simetría esférica

Ondas en 3 dimensiones



Definición de intensidad:

$$I = \frac{P}{A}$$

(Potencia por unidad de área)

[W/m^2]

Para las superficies esféricas señaladas: $I = \dfrac{P}{4\pi r^2}$

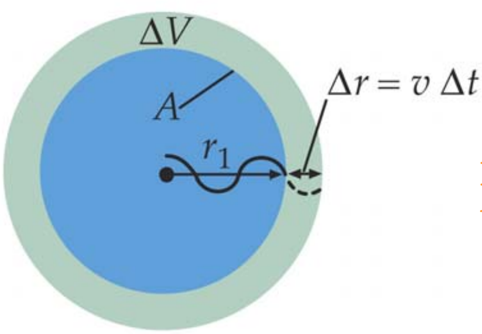
Como se supone que no hay pérdidas de potencia: $4\pi r_1^2 I_1 = 4\pi r_2^2 I_2$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Ley del cuadrado inverso para la intensidad

Intensidad para una onda sonora procedente de una fuente puntual

La energía almacenada en la corteza esférica:



densidad de energía p.u.v.

volumen

$$\Delta E_m = \eta_m\,\Delta V = \eta_m\,A\,v\,\Delta t$$

Velocidad de la onda

Área

Dividiendo por Δt

Potencia transmitida $P = \dfrac{\Delta E_m}{\Delta t} = \eta_m\,A\,v$

Dividiendo por el área A

$$I = \frac{P}{A} = \eta_m\,v = \frac{1}{2}\rho\,\omega^2\,s_o^2\,v = \frac{1}{2}\frac{p_0^2}{\rho\,v}$$

Intensidad

Volumen de la corteza esférica:

$= \Delta V = A\,\Delta r = A v\,\Delta t$

Efecto Doppler

- Se produce cuando receptor y emisor se mueven uno respecto al otro.
- Cambio en la frecuencia observada respecto de la emitida.
- Ejemplo: Cambio de tono de la sirena cuando se acerca o aleja de nosotros.
- Es una combinación de dos efectos:

Nomenclatura

f=frecuencia R=receptor
v=velocidad F=fuente

f_R=frecuencia que recibe el receptor
v_R=veloc. Receptor
v=veloc. del Sonido (veloc. de la onda)
f_F=frecuencia que emite la fuente
v_F=velocidad de la fuente

Efecto Doppler

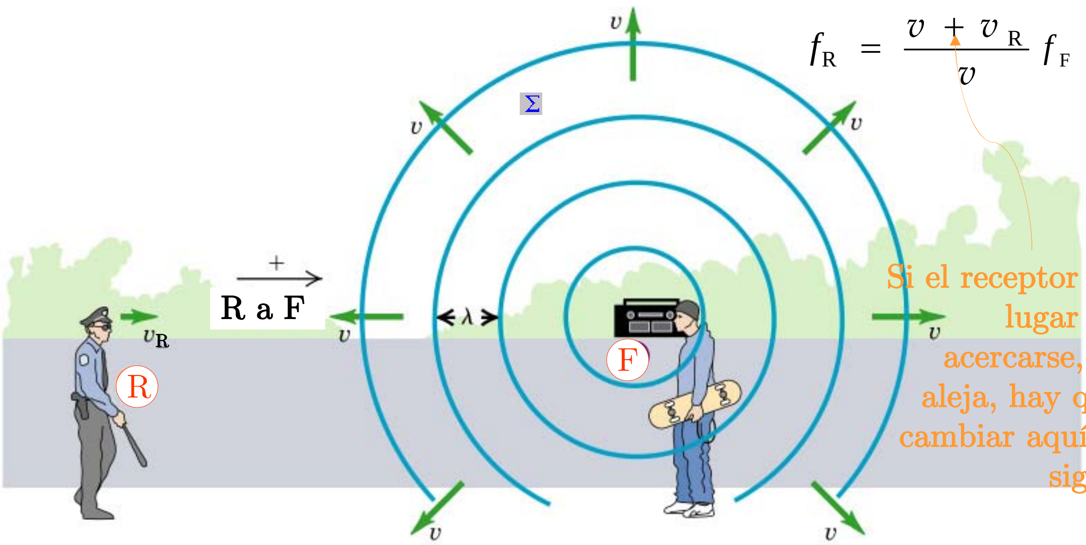
1. Efecto del movimiento del receptor hacia la onda

La velocidad efectiva con la que el sonido llega al receptor aumenta:

Y por tanto, la frecuencia que recibe es mayor

$$f_R = \frac{v + v_R}{\lambda} = \frac{v + v_R}{v/f_F}$$

$$f_R = \frac{v + v_R}{v} f_F$$



Si el receptor en lugar de acercarse, se aleja, hay que cambiar aquí el signo

Efecto Doppler

2.- Efecto del movimiento del emisor

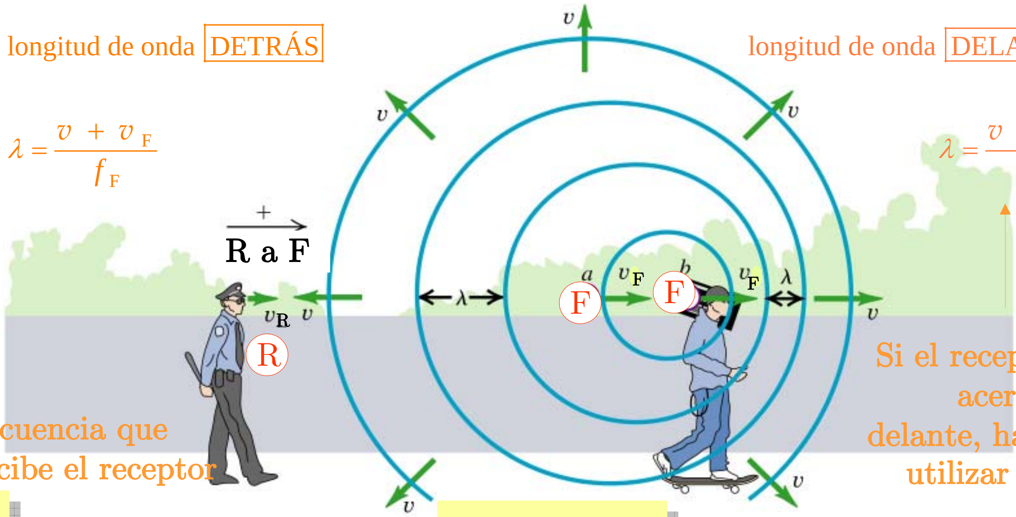
La longitud de onda varía según estemos delante o detrás de la fuente:

longitud de onda DETRÁS

$$\lambda = \frac{v + v_F}{f_F}$$

longitud de onda DELANTE

$$\lambda = \frac{v - v_F}{f_F}$$



Si el receptor se acerca por delante, hay que utilizar esta λ

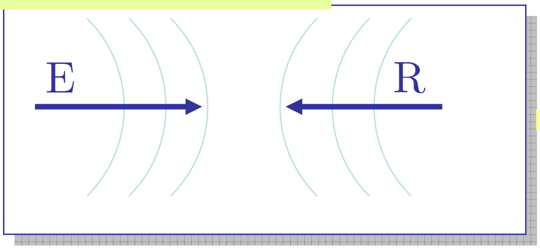
Frecuencia que percibe el receptor

$$f_R = \frac{v + v_R}{\lambda} = \frac{v + v_R}{(v + v_F)/f_F} = \boxed{\frac{v + v_R}{(v + v_F)} f_F}$$

detrás de la fuente

Efecto Doppler

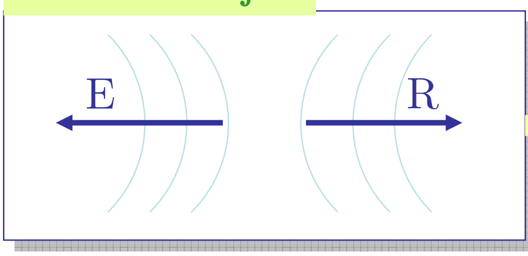
Cuando se acercan:



frecuencia observada > frecuencia emitida

$$f_R > f_F$$

Cuando se alejan:



frecuencia observada < frecuencia emitida

$$f_R < f_F$$

Si no tienen movimiento relativo:

$$f_R = f_F$$

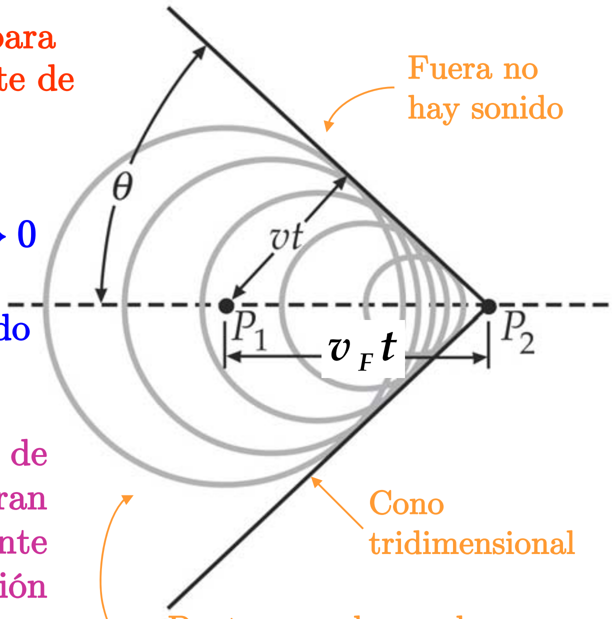
Ondas de Mach

En el efecto Doppler veíamos que para una fuente en movimiento, λ delante de la fuente era: $\lambda = \dfrac{v - v_F}{f_F}$

Así que, Cuando $v_F \to v \;\Rightarrow \lambda \to 0$

Si la fuente se mueve aún más rápido que la onda: $v_F > v$

se produce una onda de choque o de Mach: El móvil ejerce una gran fuerza para comprimir el aire delante de él y por acción y reacción (Newton), el aire ejerce una gran fuerza igual y opuesta sobre el móvil que se llama "barrera del sonido"



Ondas de Mach

La superficie tangente a todas las sucesivas ondas es un cono cuyo eje es la recta sobre la que se mueve la fuente, y cuya apertura es:

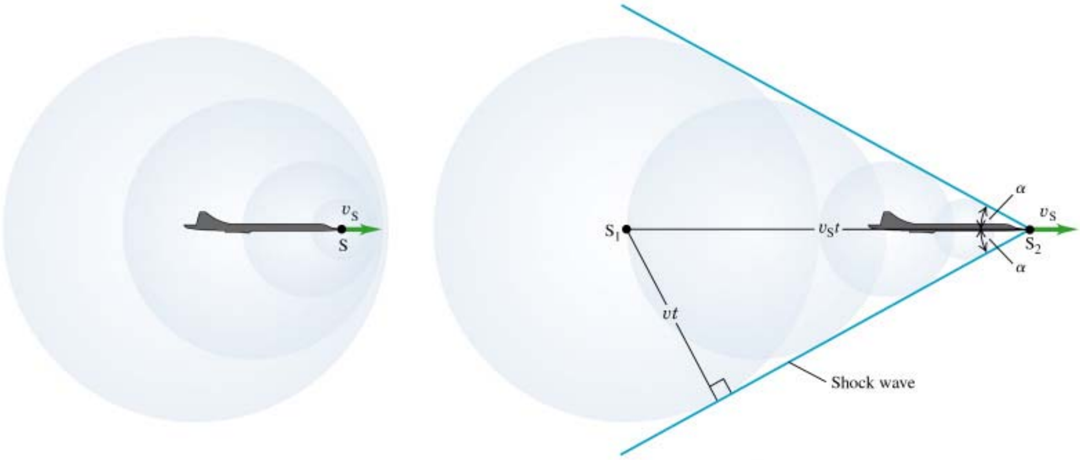
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{v}{v_F} = \frac{1}{\text{N}^o \text{ de Mach}}$$

$$\text{N}^o \text{ de Mach} = \frac{v_F}{v}$$

El movimiento resultante es una onda cónica que se propaga normalmente a la superficie del cono. Esta onda se llama Onda de Choque o de Mach.

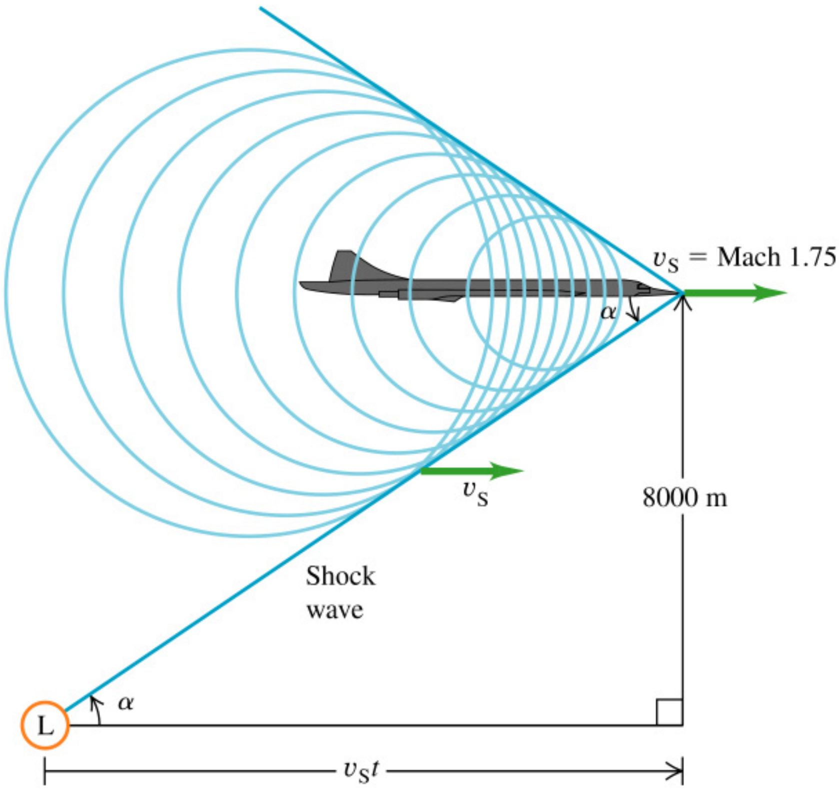
- Sonido repentino y violento, estampido.
- Estela de botes
- Aviones supersónicos
- Radiación de Cerenkov

Ondas de Mach

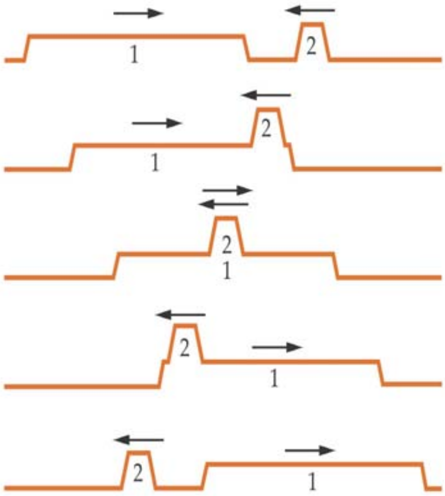


El sonido se produce por el movimiento del avión, no porque éste tenga una fuente sonora, y se mantiene mientras dura el movimiento (no sólo en el momento de atravesar la barrera).

Ondas de Mach



Superposición de Ondas

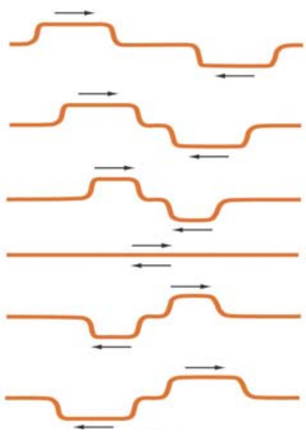


Cuando se encuentran dos ondas, el desplazamiento que se produce es la suma de los desplazamientos individuales que produce cada onda por separado.

La onda resultante es la suma algebraica de las ondas individuales.

(Principio de superposición)

Superposición de Ondas



- Caso de pulso iguales: Dos ondas pasan una a través de la otra, sin ser modificadas
- La superposición: propiedad característica de las ondas.
- La superposición en la ecuación de la onda.

Matemáticamente:

Constantes

$$y_3 = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

Ondas componentes

y_3 también es una onda, i.e. si y_1 e y_2 cumplen la ecuación de onda $\Rightarrow$ y_3 también. **Veámoslo:**

Veamos si y_3 cumple la ecuación de onda si y_1 e y_2 la cumplen:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Ésta es la ecuación de onda

¿La cumple y_3?

$$\frac{\partial^2 y_3}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}(C_1 y_1 + C_2 y_2) = C_1\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} + C_2\frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2}$$

Si y_1 e y_2 la cumplen:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2}\\ \frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} &= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2}\end{aligned}\right\}$$

Entonces:

$$\frac{\partial^2 y_3}{\partial x^2} = C_1\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + C_2\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} =$$

$$= \frac{1}{v^2}\left(C_1\frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + C_2\frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\underbrace{(C_1 y_1 + C_2 y_2)}_{y_3}$$

y_3 también.

La ecuación de onda es lineal y toda combinación lineal de ondas es también una onda.

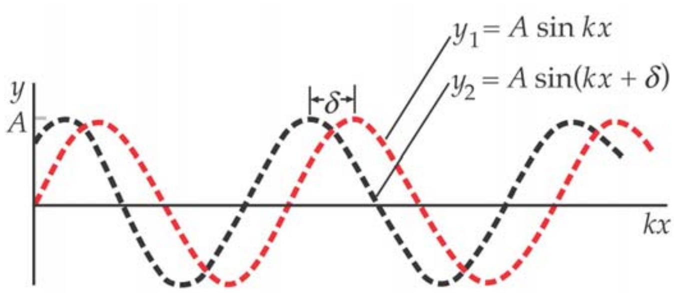
Interferencia de dos ondas armónicas

Queremos sumar dos ondas de la misma amplitud y frecuencia, y distinto desfase.

$$y_1 = A\,\mathrm{sen}(Kx - \omega t)$$
$$y_2 = A\,\mathrm{sen}(Kx - \omega t + \delta)$$

distinto desfase

Aquí las tenemos representadas:



Interferencia de dos ondas armónicas

La onda resultante: (Teorema superposición):

$$y_1 + y_2 = \underbrace{A\,\mathrm{sen}(Kx - \omega t) + A\,\mathrm{sen}(Kx - \omega t + \delta)}_{\text{Suma de funciones armónicas}}$$

Usando las identidades trigonómetricas:

$$\mathrm{sen}\,\theta_1 + \mathrm{sen}\,\theta_2 = 2\cos\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2)\cdot\mathrm{sen}\,\frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\theta_1 = Kx - \omega t\\ \theta_2 = Kx - \omega t + \delta\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) = -\frac{1}{2}\delta\\ \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) = -Kx - \omega t + \frac{1}{2}\delta\end{array}\right.$$

Interferencia de dos ondas armónicas

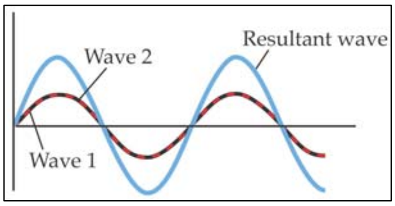
La onda resultante resulta ser otra onda armónica cuya amplitud depende del desfase.

$$y_1 + y_2 = 2A\cos\left(\frac{1}{2}\delta\right)\,\mathrm{sen}\left(Kx - \omega t + \frac{1}{2}\delta\right)$$

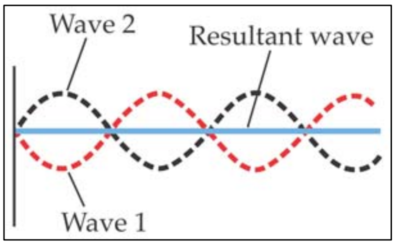
amplitud

La fase es la mitad de la diferencia de fase entre las dos ondas.

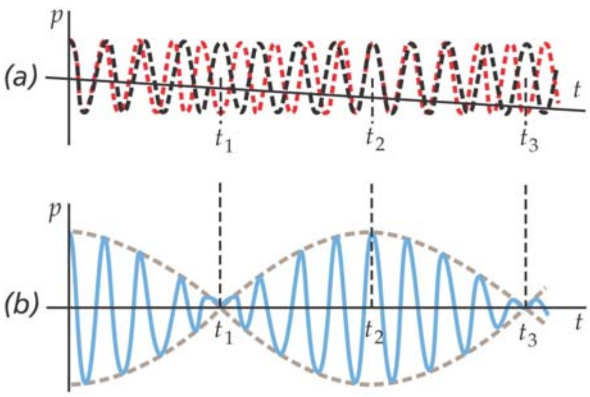
$\delta = 0$ → Interferencia constructiva



$\delta = \pi$ → Interferencia destructiva



Superposición de ondas de frecuencias ligeramente diferentes



La resultante es una onda cuya frecuencia es aproximadamente la misma que las ondas componentes

La amplitud está modulada

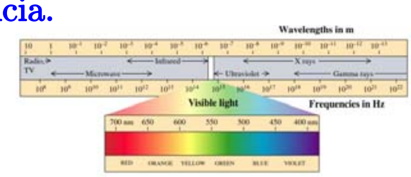
Velocidad de la onda $\equiv$ Velocidad de **fase**

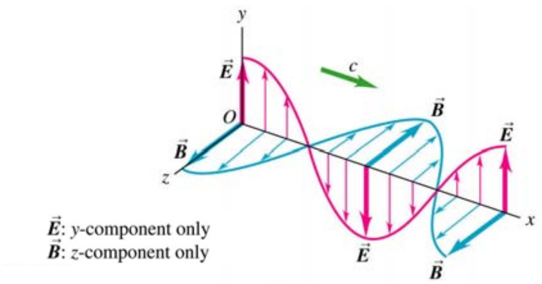
Velocidad de la portadora del "paquete de ondas" $\equiv$ Velocidad de **grupo**

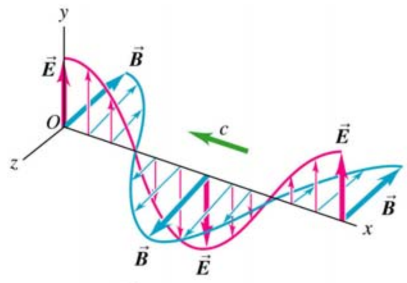
Ondas electromagnéticas

Luz, radio, rayos X, γ, TV...

- Difieren sólo en su longitud de onda y frecuencia.
- No requieren medio de propagación
- Viajan a través del vacío.
- Velocidad 'c'$\simeq 3 \times 10^8 m/s$ $\quad (2.9979 \times 10^8 m/s)$ → en vacío.
(En un medio cualquiera: v=c/n, "n" índice de refracc.)
- Lo que vibra no es materia, sino los campos eléctrico y magnético asociados.







Bibliografía

•***Tipler & Mosca*** "Física para la ciencia y tecnología" Ed. Reverté (vol. II)
•***Serway & Jewett***, "Física", Ed. Thomson (vol. II)
•***Halliday, Resnick*** *& Walter*, "Física", Ed. Addison- Wesley.
•***Sears, Zemansky, Young & Freedman***, "Física Universitaria", Ed. Pearson Education (vol. II)

Fotografías y Figuras, cortesía de

Tipler & Mosca "Física para la ciencia y tecnología" Ed. Reverté
Sears, Zemansky, Young & Freedman, "Física Universitaria", Ed. Pearson Education